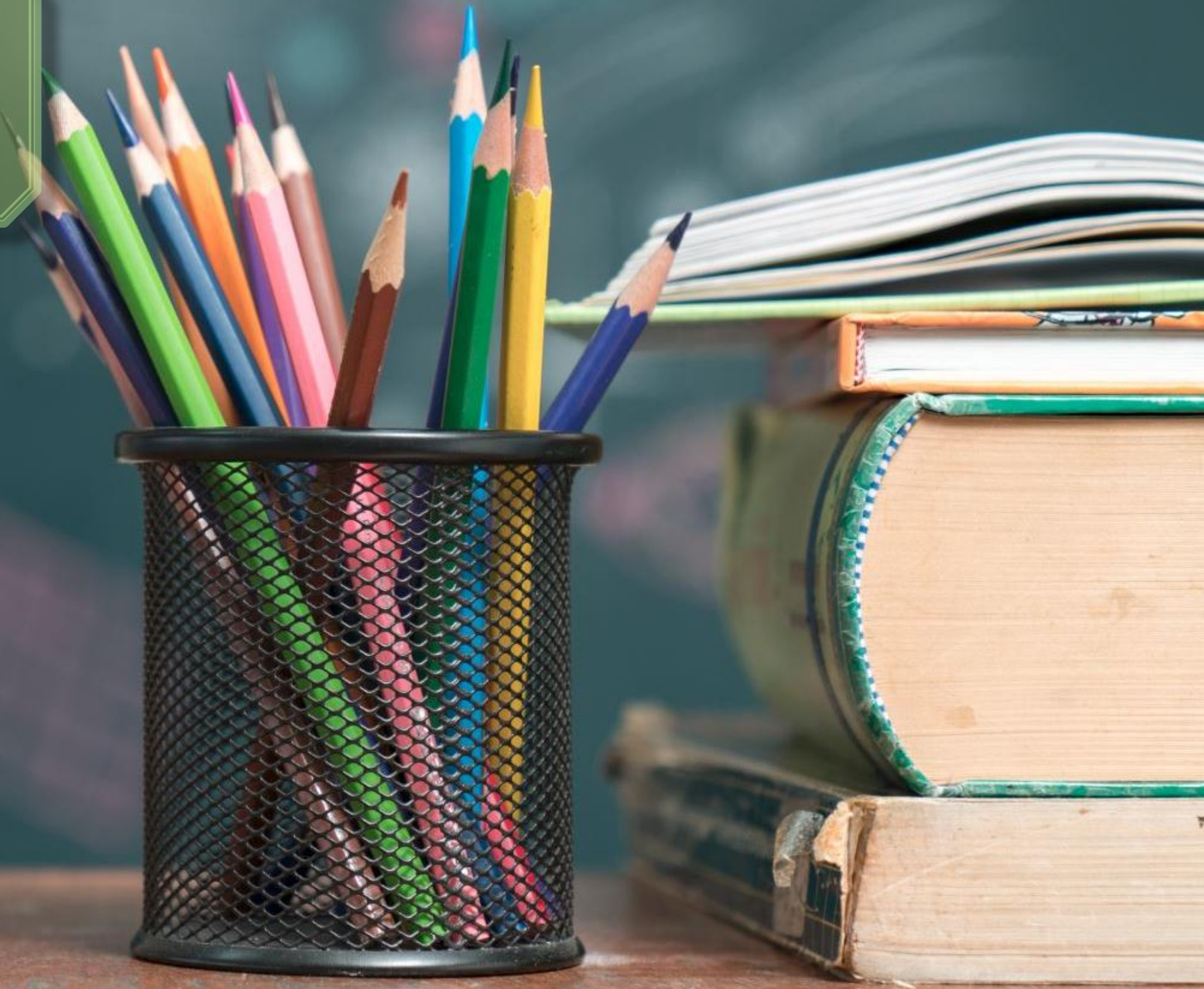
高校数学の復習

第１回
整式の展開



Voiced by https://coefont.studio

本時の目標

乗法公式や置き換えを用いて，整式の展開ができるようになります

１　分配法則について改めて確認します

２　２次の乗法公式を確認します

３　３次の乗法公式を確認します

４　置き換えによって複雑な式も展開できることを確認します

分配法則

$$\boxed{\begin{aligned} a(b+c) &= ab+ac \\ (a+b)c &= ac+bc \end{aligned}}$$

$$a(b+c) = ab+ac$$

$$a(b+c+d) \quad C = c+d$$

$$= a(b+C)$$

$$= ab+aC$$

$$= ab+a(c+d)$$

$$a(b+c+d) = ab+ac+ad$$

$$(a+b)(c+d) \quad C = c+d$$

$$= (a+b)C$$

$$= aC+bC$$

$$= a(c+d)+b(c+d)$$

$$= ac+ad+bc+bd$$

乗法公式 1

1　$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

2　$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

3　$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

4　$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

5　$(ax+b)(cx+d) = acx^2 + (ad+bc)x + bd$

乗法公式１を用いた計算例

$$
\begin{aligned}
&(2a+b)^2\\
&=(2a)^2+2\cdot 2a\cdot b+b^2\\
&=4a^2+4ab+b^2
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&(x+2)(x-5)\\
&=x^2+(2-5)x+2\cdot(-5)\\
&=x^2-3x-10
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&(a+3b)(a-3b)\\
&=a^2-(3b)^2\\
&=a^2-9b^2
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&(5x-4)(3x+7)\\
&=5x\cdot 3x+5x\cdot 7-4\cdot 3x-4\cdot 7\\
&=15x^2+35x-12x-28\\
&=15x^2+23x-28
\end{aligned}
$$

乗法公式２

６　$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

７　$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^2$

８　$(a+b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$

９　$(a-b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$

乗法公式のトリビア

1

1 1

1 2 1

1 3 3 1

乗法公式のトリビア

1	
1　1	$a+b$
1　2　1	$(a+b)^2$
1　3　3　1	$(a+b)^3$
1　4　6　4　1	$(a+b)^4$
1　5　10　10　5　1	$(a+b)^5$

パスカルの三角形

置き換えによる工夫

$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2bc + 2ca + 2ab$

$b + c = B$　とおくと

$$
\begin{aligned}
(a+b+c)^2 &= (a+B)^2 \\
&= a^2 + 2aB + B^2 \\
&= a^2 + 2a(b+c) + (b+c)^2 \\
&= a^2 + 2ab + 2ac + b^2 + 2bc + c^2 \\
&= a^2 + b^2 + c^2 + 2bc + 2ca + 2ab
\end{aligned}
$$

置き換えによる工夫

$$
\begin{aligned}
(a+b+c)^2 &= \{a+(b+c)\}^2 \\
&= a^2+2a(b+c)+(b+c)^2 \\
&= a^2+2ab+2ac+b^2+2bc+c^2 \\
&= a^2+b^2+c^2+2bc+2ca+2ab
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
(x+y+z)(x-y+z) &= \{(x+z)+y\}\{(x+z)-y\} \\
&= (x+z)^2-y^2 \\
&= x^2+2xz+z^2-y^2 \\
&= x^2-y^2+z^2+2xz
\end{aligned}
$$