

高校数学の復習

第6回 二次関数



本時の目標

- 1 二次式を平方完成するための，式変形を確認します
- 2 関数のグラフの平行移動について理解し，二次関数のグラフをかけるようになります
- 3 グラフを用いて，二次関数の最大値と最小値を求められるようになります

二次式の平方完成

$$x^2 + 2ax + a^2 = (x + a)^2$$

$$x^2 + \boxed{2a}x = (x + \boxed{a})^2 \boxed{-a^2}$$

半分 二乗を引く

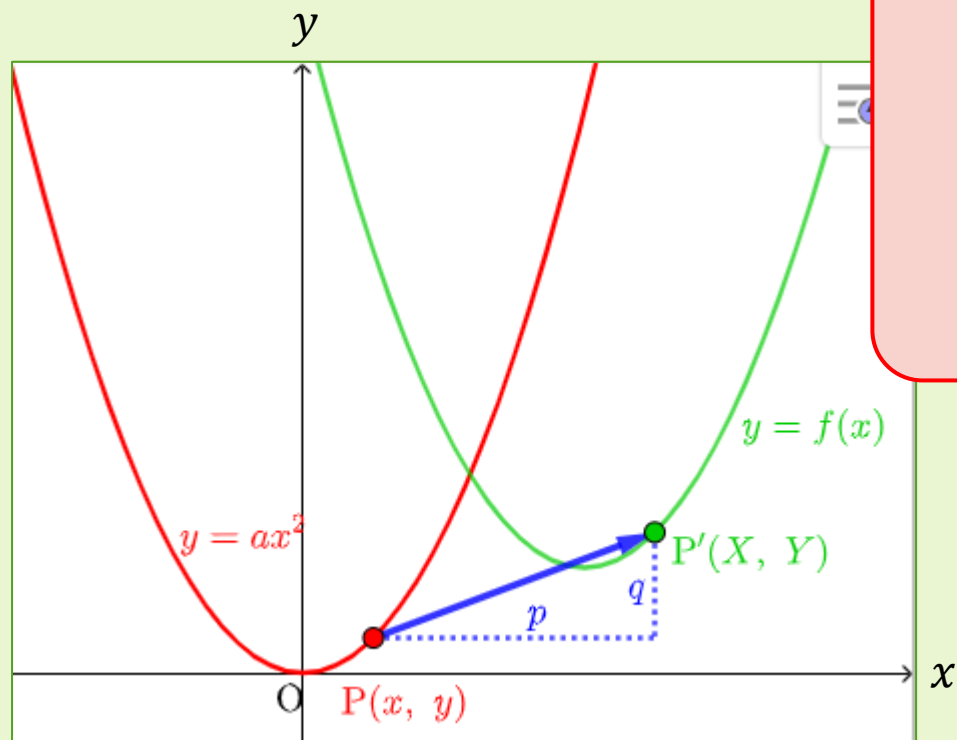
$$x^2 \boxed{-4}x = (x - 2)^2 - 4$$

$$x^2 + \boxed{5}x = \left(x + \frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \left(x + \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{25}{4}$$

グラフの平行移動

$$y = ax^2 + bx + c \rightarrow y = a(x - p)^2 + q$$

関数 $y = ax^2$ のグラフを
 x 軸正の方向に p
 y 軸正の方向に q
平行移動したグラフ



$$X = x + p \quad Y = y + q$$

$$y = Y - q \quad x = X - p$$

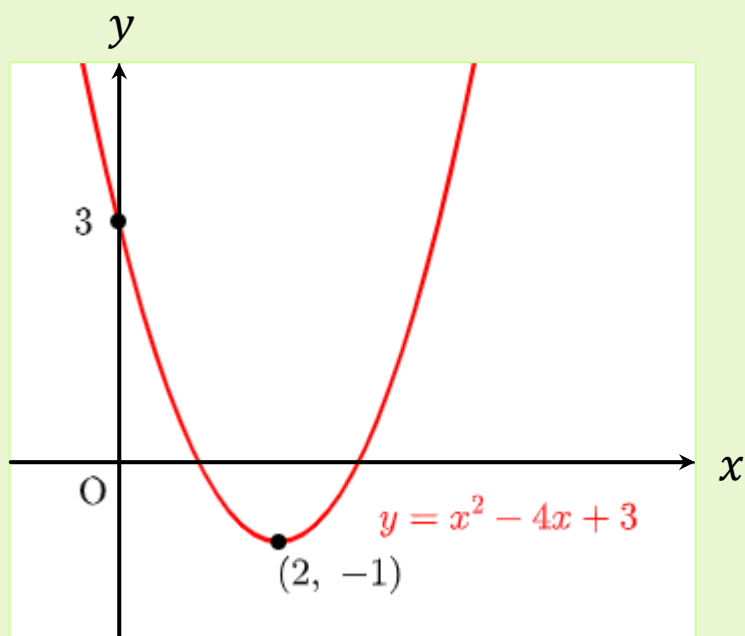
$$y = ax^2 \quad Y - q = a(X - p)^2$$

$$Y = a(X - p)^2 + q$$

二次関数のグラフ

例題1 $y = x^2 - 4x + 3$

$$y = (x - 2)^2 - 4 + 3$$
$$= (x - 2)^2 - 1$$



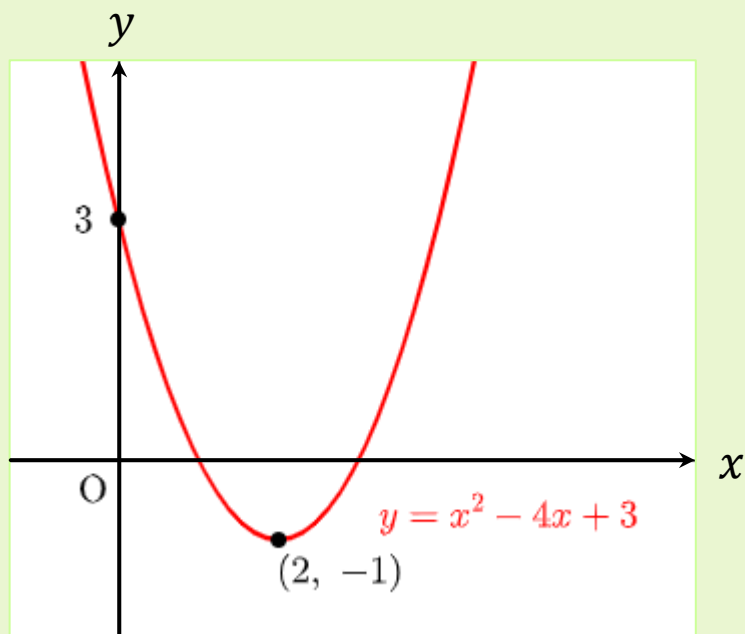
例題2 $y = 2x^2 + 5x + 3$

$$y = 2 \left\{ x^2 + \frac{5}{2}x \right\} + 3$$
$$= 2 \left\{ \left(x + \frac{5}{4} \right)^2 - \frac{25}{16} \right\} + 3$$
$$= 2 \left(x + \frac{5}{4} \right)^2 - \frac{1}{8}$$

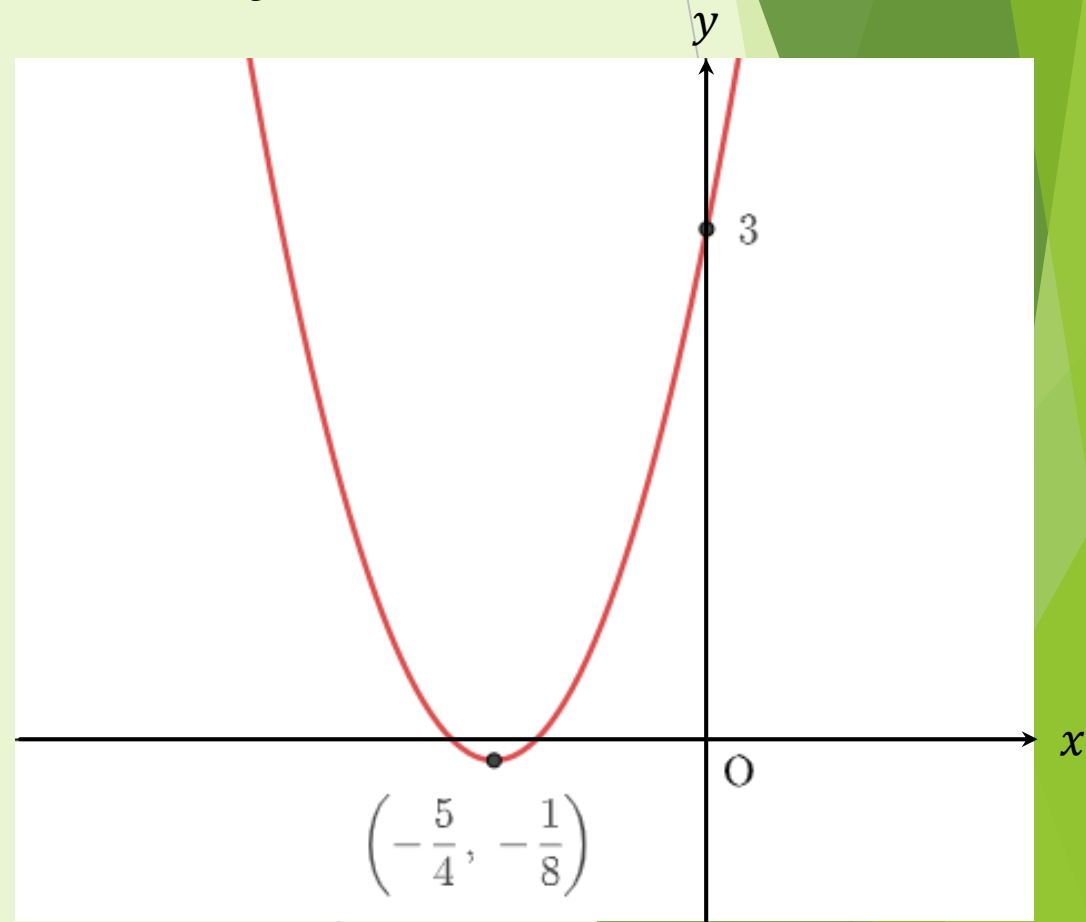
二次関数のグラフ

例題1 $y = x^2 - 4x + 3$

$$y = (x - 2)^2 - 4 + 3$$
$$= (x - 2)^2 - 1$$



例題2 $y = 2x^2 + 5x + 3$



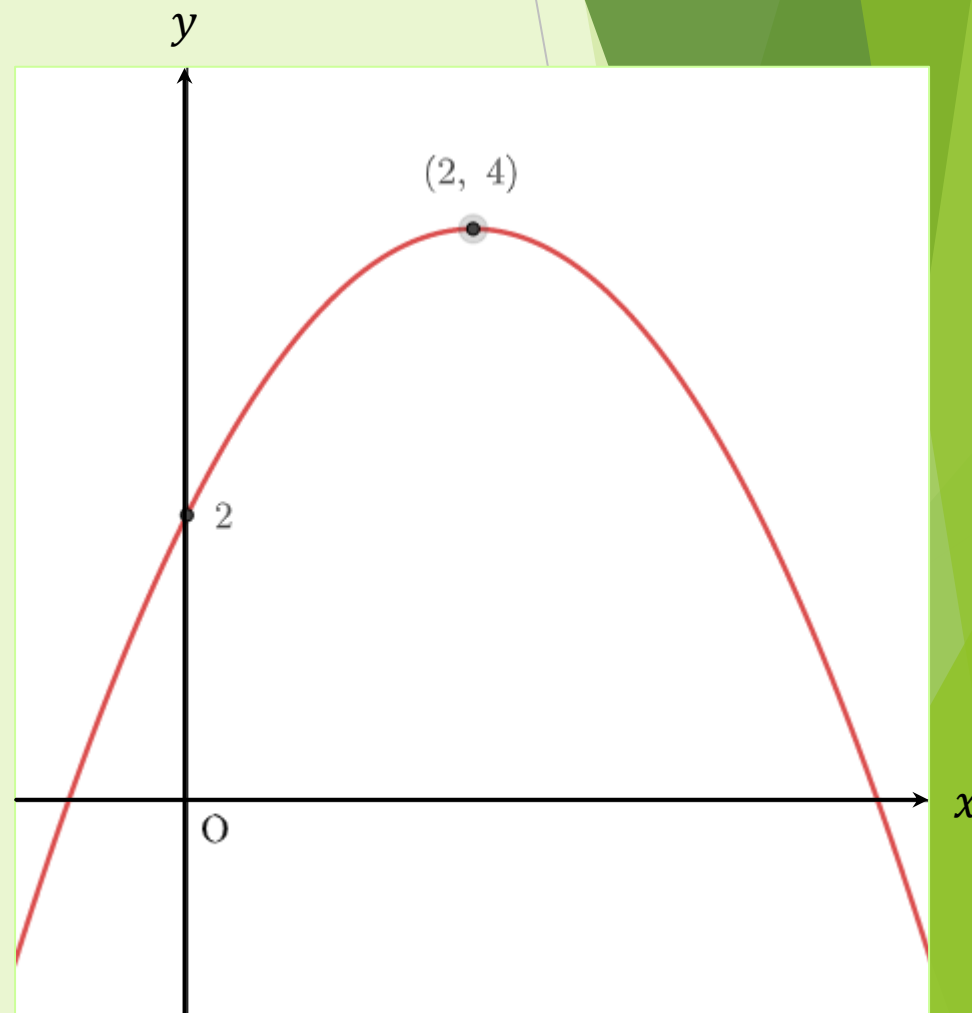
二次関数のグラフ

例題 3 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 2$

$$y = -\frac{1}{2}\{x^2 - 4x\} + 2$$

$$= -\frac{1}{2}\{(x - 2)^2 - 4\} + 2$$

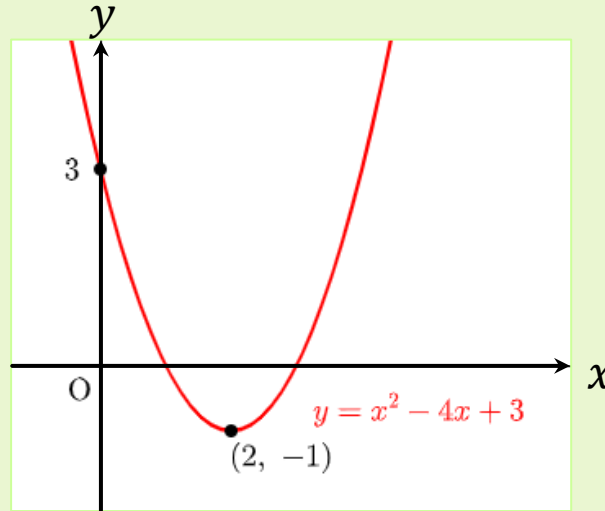
$$= -\frac{1}{2}(x - 2)^2 + 4$$



二次関数の最大・最小

例題 1 $y = x^2 - 4x + 3$

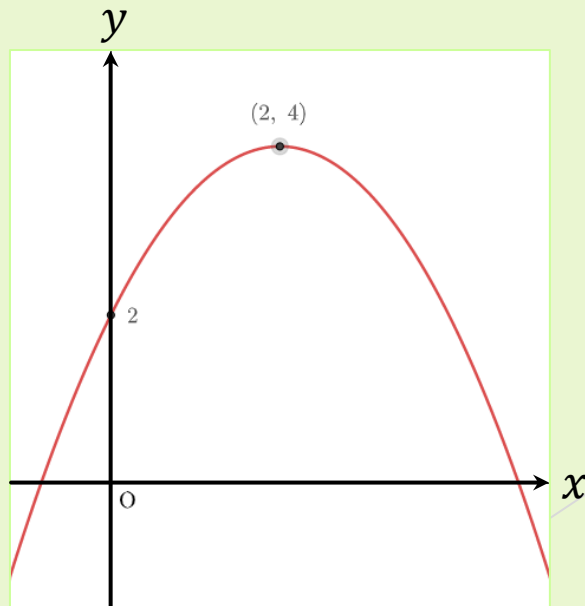
$$y = (x - 2)^2 - 4 + 3$$
$$= (x - 2)^2 - 1$$



$x = 2$ で最小となり、最小値は -1
最大値はなし

例題 3

$$y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 2$$
$$= -\frac{1}{2}(x - 2)^2 + 4$$



$x = 2$ で最大となり、最大値は 4
最小値はなし

二次関数の最大・最小

例題4 $y = x^2 + x + 1$ ($-1 \leq x \leq 1$)

$$\begin{aligned} y &= \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} + 1 \\ &= \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \end{aligned}$$

$x = 1$ で最大となり，最大値は 3

$x = -\frac{1}{2}$ で最小となり，最小値は $\frac{3}{4}$

