

高校数学の復習

第9回 三角関数



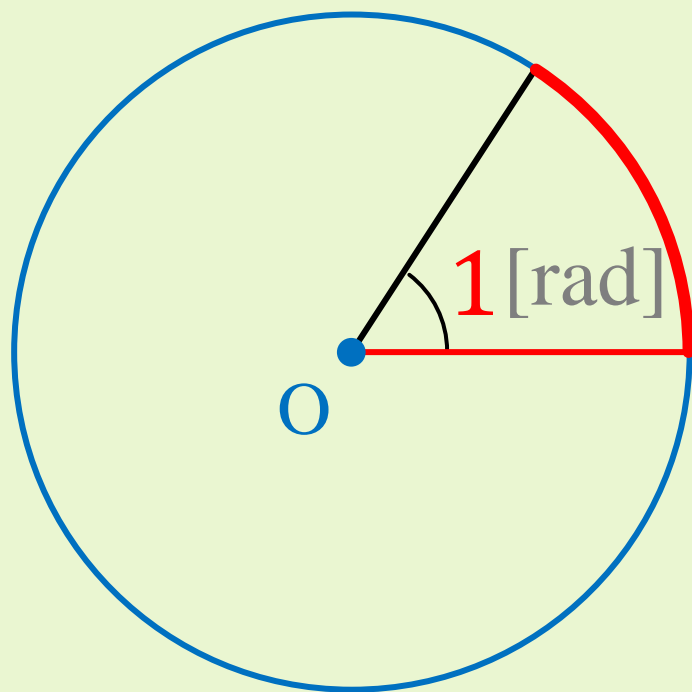
本時の目標

- 1 三角比を三角関数に拡張し、 $\sin x$ や $\cos x$ を関数としてとらえられるようになります
- 2 三角関数の相互関係を式を用いて理解できるようになります
- 3 三角方程式・三角不等式を解けるようになります

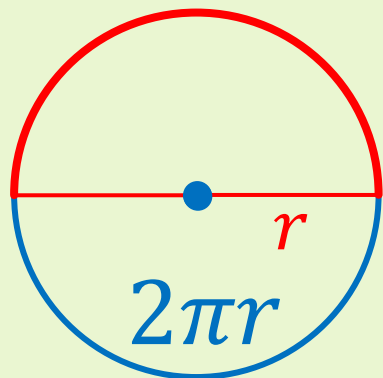
弧度法

度数法 直角を90等分した角を単位とする

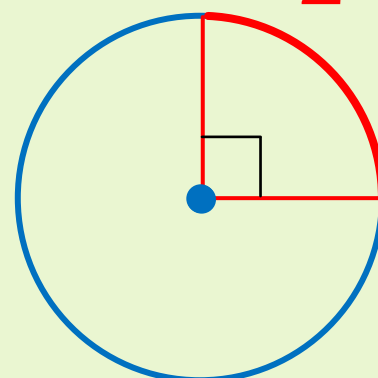
弧度法 半径に等しい弧に対応する角を単位とする



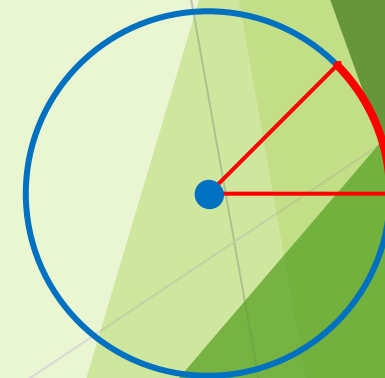
$$180^\circ = \pi$$



$$90^\circ = \frac{\pi}{2}$$

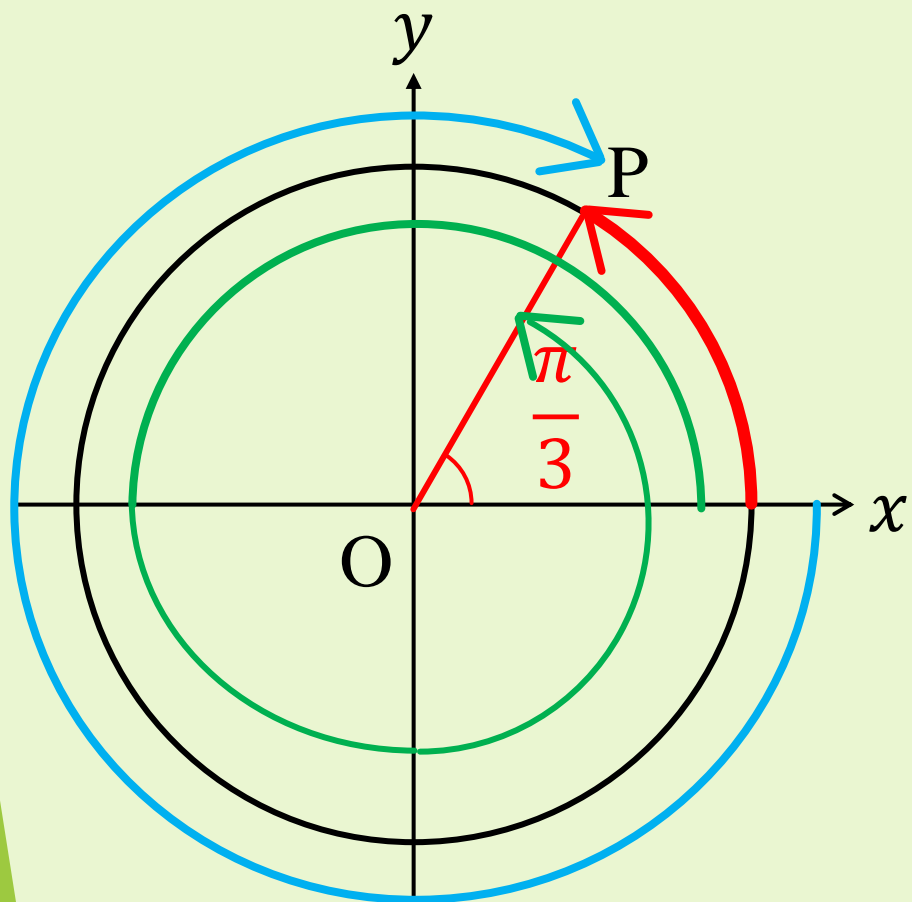


$$45^\circ = \frac{\pi}{4}$$



回転角と一般角

回転角 動径の回転量で角の大きさを表す



赤色の矢印の回転 = $\frac{\pi}{3}$

青色の矢印の回転 = $-\frac{5}{3}\pi$

青色の矢印の回転 = $\frac{7}{3}\pi$

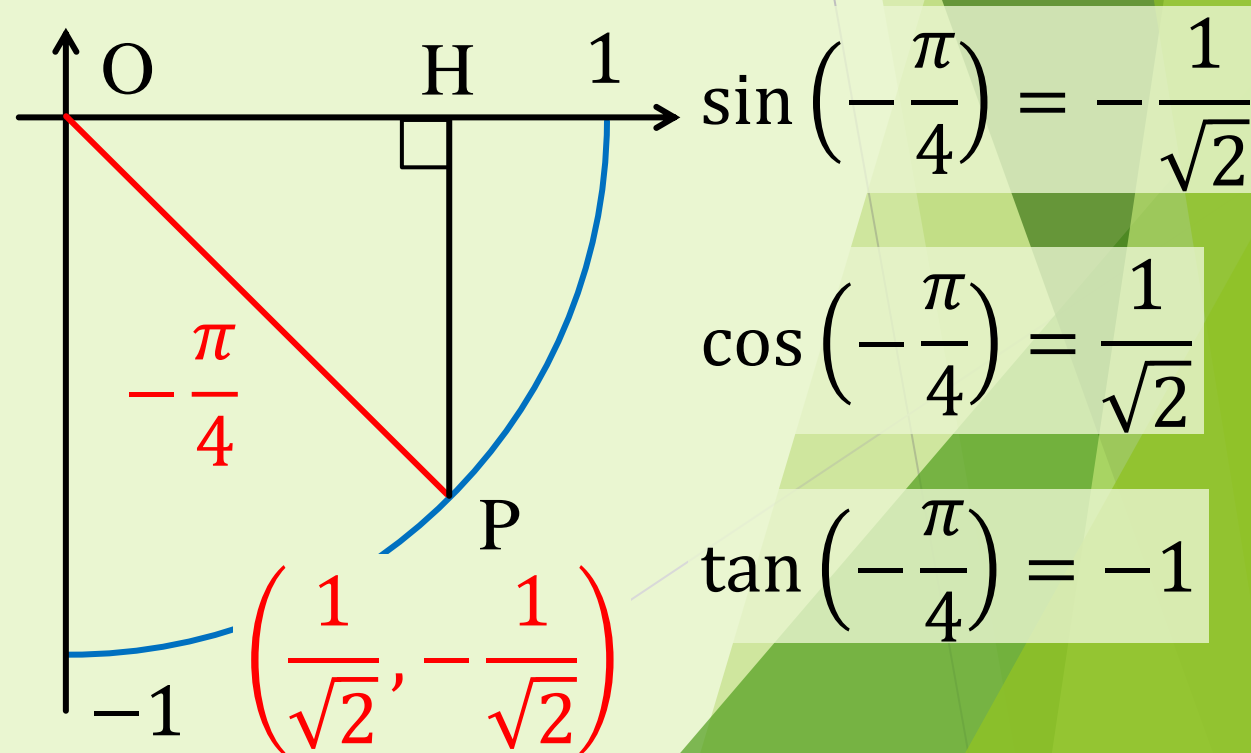
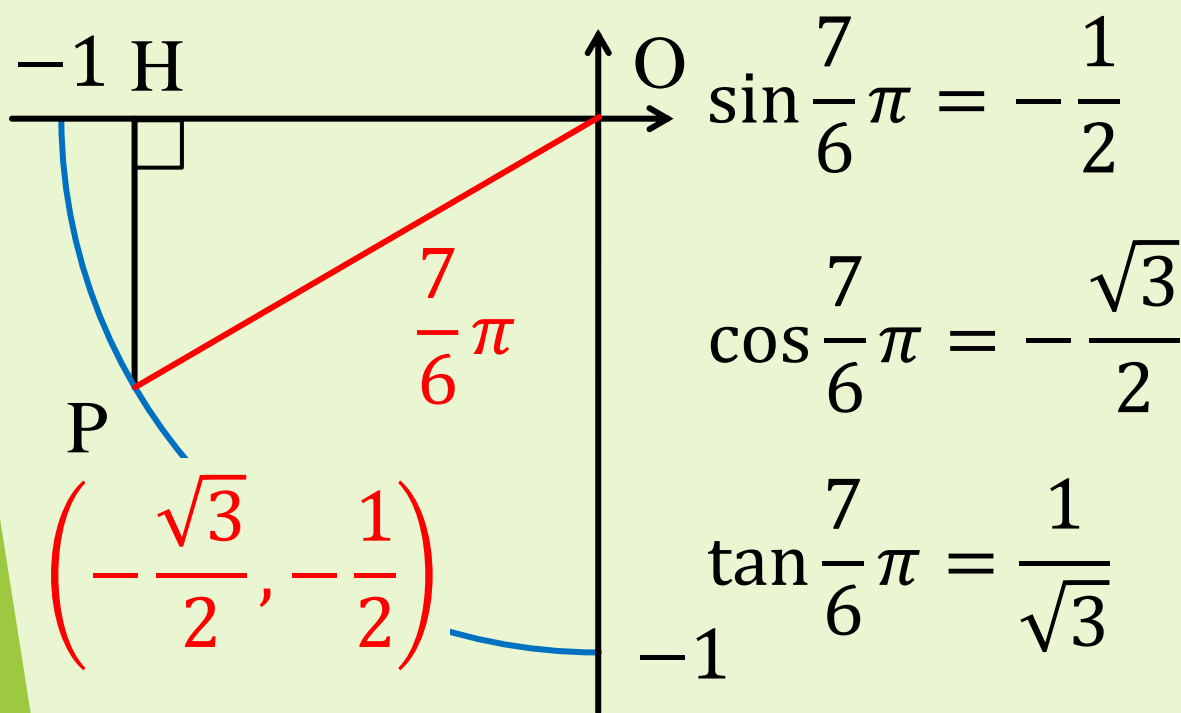
一般角

$$\frac{\pi}{3} + 2\pi n \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

第3象限・第4象限の角

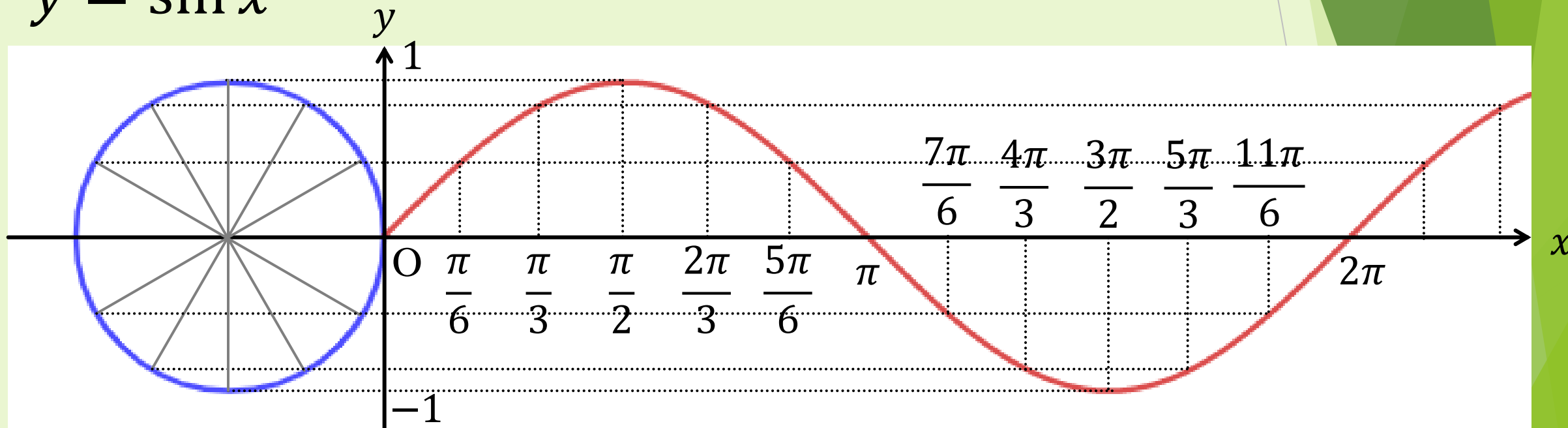
$\sin\theta, \cos\theta, \tan\theta \cdots \theta$ の三角比

三角比：図形に対して扱う 三角関数：値の対応として扱う



三角関数のグラフ

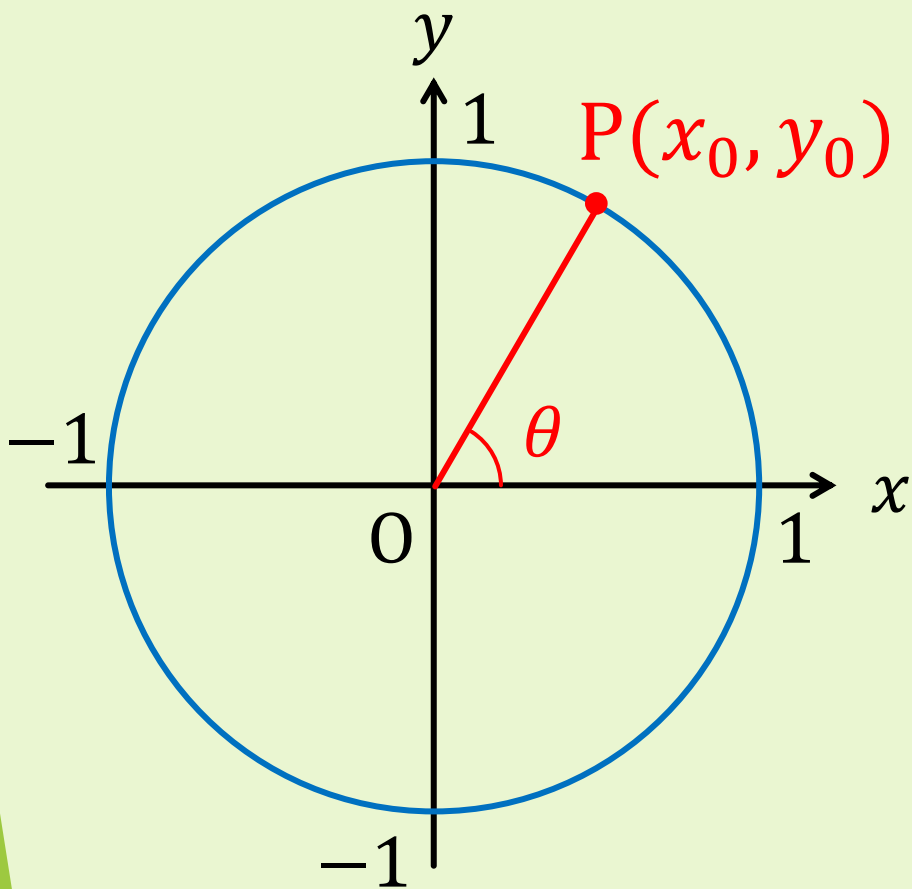
$$y = \sin x$$



正弦曲線 (サインカーブ)

周期関数 周期が 2π

三角関数の相互関係



$$x^2 + y^2 = 1 \dots (4)$$

$$\begin{cases} \sin \theta = y_0 \dots (1) \\ \cos \theta = x_0 \dots (2) \\ \tan \theta = \frac{y_0}{x_0} \dots (3) \end{cases}$$

(1) と (2) を (3) に代入

$$\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$$

の両辺 $\div \cos^2 \theta$

点 P の座標を (4) に代入

$$x_0^2 + y_0^2 = 1 \dots (5)$$

(1) と (2) を (5) に代入

$$\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$

三角関数の相互関係

例題1 θ が第2象限の角で、 $\cos \theta = -\frac{1}{3}$ のとき $\sin \theta$ と $\tan \theta$ の値を求めましょう

$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ に $\cos \theta = -\frac{1}{3}$ を代入

$$\sin^2 \theta + \frac{1}{9} = 1 \quad \therefore \sin^2 \theta = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$$

θ は第2象限より、 $\sin \theta > 0$ $\therefore \sin \theta = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = -2\sqrt{2}$$

三角関数の相互関係

例題2 θ が第3象限の角で、 $\tan \theta = 2$ のとき $\sin \theta$ と $\cos \theta$ の値を求めましょう

$$1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta} \text{ に } \tan \theta = 2 \text{ を代入}$$

$$\frac{1}{\cos^2 \theta} = 1 + 2^2 = 5 \quad \therefore \cos^2 \theta = \frac{1}{5}$$

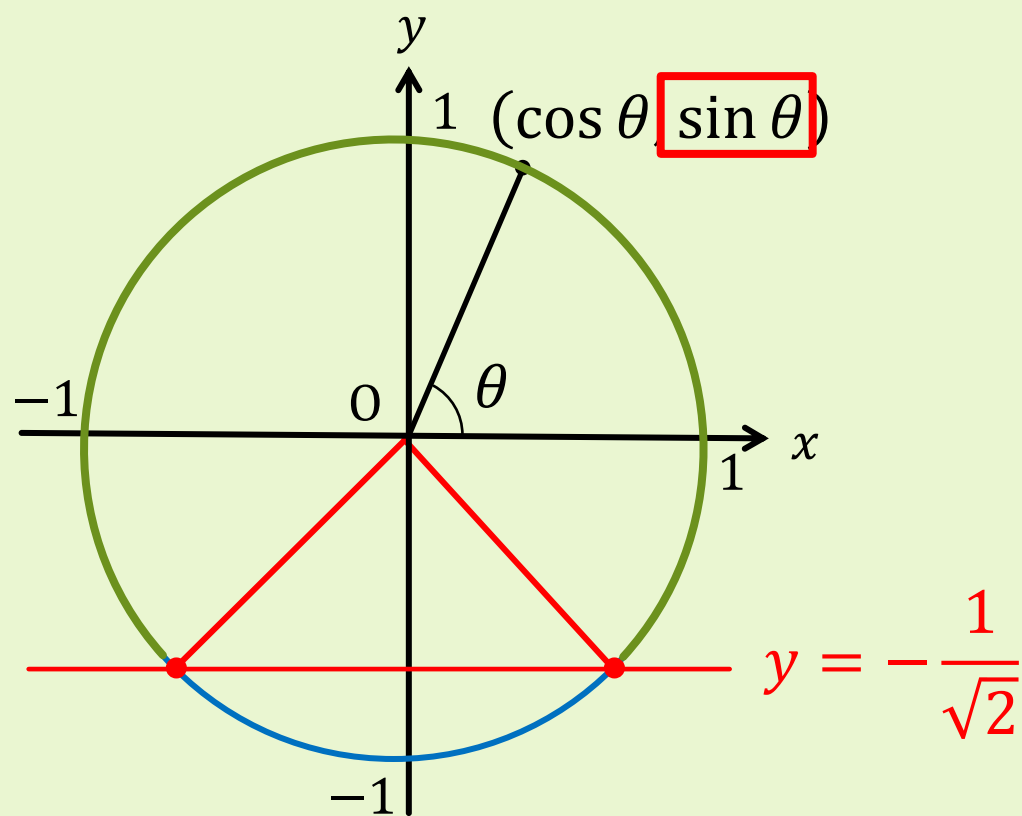
$$\theta \text{ は第3象限より, } \cos \theta < 0 \quad \therefore \cos \theta = -\frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \tan \theta \text{ を変形して } \sin \theta = \tan \theta \cos \theta = -\frac{2}{\sqrt{5}}$$

三角方程式・不等式

例題3 $0 \leq x < 2\pi$ のとき、方程式 $\sin x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ を

解きましょう



$$x = \frac{5}{4}\pi, \frac{7}{4}\pi$$

$$[x = 5 * \%pi / 4, x = 7 * \%pi / 4]$$

不等式 $\sin x > -\frac{1}{\sqrt{2}}$

$$0 \leq x < \frac{5}{4}\pi, \frac{7}{4}\pi < x < 2\pi$$